

Câu	Ý	Nội dung	Thang điểm
1		$\cos(2\cos^{-1}x) + 3\cos(\cos^{-1}x) - 4 = 0$ $\Leftrightarrow 2\cos^2(\cos^{-1}x) + 3\cos(\cos^{-1}x) - 5 = 0 \quad (*)$	0.5
		$\Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 5 = 0$	0.25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 & (n) \\ x = -\frac{5}{2} & (l) \end{cases}$ vì $-1 \leq x \leq 1$ Vậy nghiệm của pt(*) là $x = 1$	0.25
2		Khi $x \neq 1$ , ta có $f(x) = \frac{2\sin\left(\frac{\pi}{6}x\right) - 1}{1-x}$ là hàm số sơ cấp nên $f(x)$ liên tục trên tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ (1)	0.25
		Tại $x = 1$ : $f(1) = a$	0.25
		$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\sin\left(\frac{\pi}{6}x\right) - 1}{1-x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 \cdot \frac{\pi}{6} \cos\left(\frac{\pi}{6}x\right)}{-1} = -\frac{\pi\sqrt{3}}{6}$	0.5
		$f(x)$ liên tục tại $x = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow a = \frac{-\pi\sqrt{3}}{6}$ (2)	0.25
		Từ (1) và (2): Vậy với $a = \frac{-\pi\sqrt{3}}{6}$ hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$	0.25
3	a	$g'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - g(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sqrt{1+2x} - 1}{x} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - 1 - x}{x^2}$	0.5
		$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{\sqrt{1+2x}}{2x} - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1+2x}}{2x\sqrt{1+2x}} = \frac{-1}{2}$	0.5
	b	Với $x \neq 0$ ta có $g'(x) = \frac{\frac{x}{\sqrt{1+2x}} - (\sqrt{1+2x} - 1)}{x^2}$	0.25
		$g'(4) = \frac{\frac{4}{3} - (3-1)}{4^2} = \frac{-1}{24}, \quad g(4) = 1/2$	0.5
Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm $g(x)$ tại điểm có hoành độ $x = 4$ là $y = \frac{-1}{24}(x-4) + \frac{1}{2} \Leftrightarrow y = \frac{-1}{24}x + \frac{2}{3}$		0.25	

4	<p>Gọi <math>V, r</math> và <math>h</math> lần lượt là thể tích, nửa cạnh đáy, chiều cao của mực nước trong bồn tại thời điểm <math>t</math>.</p> <p>Thể tích của nước trong bồn là <math>V = 50r h</math> (3)</p>	0.25	
	<p>(4)</p> <p>Thay (4) vào (3) ta được</p> $V = 50 \cdot \frac{3}{4} h^2 = \frac{75}{2} h^2 \quad (5)$	0.25	
	<p>Lấy đạo hàm 2 vế pt (5) theo thời gian <math>t</math>, ta được <math>V'(t) = \frac{75}{2} \cdot 2h \cdot h'(t)</math></p>	0.25	
	<p>Khi chiều cao của mực nước là 15cm, chiều cao của mực nước giảm với tốc độ là <math>h' = \frac{2000}{75 \times 15} = 1.78 \text{ cm / phút}</math></p>	0.25	
5	$f(x) = (1 + 2x)^3 - 27x^2 - 1$ $f'(x) = 6(1 + 2x)^2 - 54x = 24x^2 - 30x + 6$	0.5	
	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{4} \end{cases}$ <p>Vậy các số tới hạn là <math>x = 1, x = \frac{1}{4}</math></p>	0.5	
	$f''(x) = 48x - 30$ <p>Ta có <math>f''(1) = 18 &gt; 0</math>, hàm số <math>f(x)</math> đạt cực tiểu tương đối tại <math>x = 1</math>,  <math>f_{\min}(1) = 1</math>  <math>f''\left(\frac{1}{4}\right) = -18 &lt; 0</math>, hàm số <math>f(x)</math> đạt cực đại tương đối tại <math>x = 1/4</math>  <math>f_{\max}\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{11}{6}</math></p>	1.0	
6	<p>Giá trị trung bình của <math>h(x)</math> trên đoạn <math>[0, 1]</math> là <math>h_{TB} = \frac{1}{1-0} \int_0^1 \frac{x^3}{x^4 + 8} dx</math></p>	0.25	
	$h_{TB} = \frac{1}{4} \ln(x^4 + 8) \Big _0^1$	0.5	
	$h_{TB} = \frac{1}{4} \ln \frac{9}{8}$	0.25	
7	a	$\frac{dQ}{dt} = -kQ \Leftrightarrow \frac{dQ}{Q} = -kdt \Leftrightarrow Q = e^{-kt+C} \quad (Q > 0)$	0.5
		<p>Tại thời điểm <math>t = 0, Q = 500</math>. Do vậy <math>500 = e^C \Rightarrow Q = 500e^{-kt}</math></p> <p>Thời gian bán thải của thuốc là 1h, nên <math>\frac{500}{2} = 500e^{-k} \Leftrightarrow k = \ln 2</math></p>	0.5
	b	<p>Nồng độ thuốc còn lại 10% khi</p> $50 = 500e^{-t \ln 2} \Rightarrow t = \frac{\ln 10}{\ln 2} \approx 3.32h \approx 3h 19ph$	0.5



